# Inteiros, Racionais e Reais

Gleison Guardia

IFRO - campus Ji-Paraná

gleison.guardia@ifro.edu.br

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

# Sumário

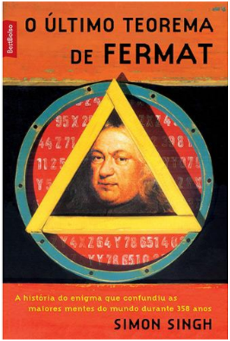
# Sumário

# Sumário

# Recomendações de Filmes e Livros

## Livro

**O Último Teorema de Fermat**
*Simon Sing*



## Filme

**O Homem que viu o Infinito**

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$

- Caractrizam-se pela junção dos naturais e seus simétricos negativos
- A letra $\mathbb{Z}$ vem da palavra grega ***Zahl***, que em Alemão significa número.
- Representam - se simbolicamente como:

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$

- Caractrizam-se pela junção dos naturais e seus simétricos negativos
- A letra $\mathbb{Z}$ vem da palavra grega ***Zahl***, que em Alemão significa número.
- Representam - se simbolicamente como:

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$$

## Números Inteiros $\mathbb{Z}$

- Caractrizam-se pela junção dos naturais e seus simétricos negativos
- A letra $\mathbb{Z}$ vem da palavra grega ***Zahl***, que em Alemão significa número.
- Representam - se simbolicamente como:

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \cdots\}$$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Pares e Impares

Conceito de número Par

$p = 2n, \quad \forall \quad n \quad \in \mathbb{N}^*$

Conceito de número Impar

$p = 2n + 1, \quad \forall \quad n \quad \in \mathbb{N}$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Primos

## Conceito de números Primos

- São todos os números que admitem apenas dois divisores, o número 1 e si mesmo
- São considerados o DNA numérico, pois deles descendem todos os números
- Exemplos:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \cdots$$

## Conceito de números Primos

- São todos os números que admitem apenas dois divisores, o número 1 e si mesmo
- São considerados o DNA numérico, pois deles descendem todos os números
- Exemplos:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \cdots$$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Primos

## Conceito de números Primos

- São todos os números que admitem apenas dois divisores, o número 1 e si mesmo
- São considerados o DNA numérico, pois deles descendem todos os números
- Exemplos:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \cdots$$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Primos

## Como Determinar um número primo

Crivo de Erastótenes

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

## Como Determinar um número primo

O pequeno Teorema de Fermat

Versão original: $a^p \equiv a \ (mod\ p) \Leftrightarrow p|(a \hat{} p - a), \forall\ a\ \in\ \mathbb{Z}$

Segunda versão: $a^{p-1} \equiv 1 \ (mod\ p) \Leftrightarrow p|(a^{p-1} - 1), \forall\ a\ \in\ \mathbb{Z}$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12

  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$

- 36

  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

- 50

  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12
  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36
  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50
  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12
  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36
  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50
  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12
  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36
  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50
  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12
  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36
  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50
  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12

  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36

  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50

  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Compostos

## Números Compostos

São todos os números que não se classificam como primos, porém, são resultados diretos de produtos de primos

Exemplos:

- 12
  $12 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3$
- 36
  $36 \rightarrow 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
- 50
  $50 \rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 5$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Perfeitos

## Números Perfeitos

São números que possuem a particularidade de a somas de seus divisores, excluindo a si mesmo, resultam em seu próprio valor

Exemplos:

- 06
  $D(6) \rightarrow \{1, 2, 3\} \rightarrow 1 + 2 + 3 = 6$
- 28
  $D(28) \rightarrow \{1, 2, 4, 7, 14\} \rightarrow 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

## Números Perfeitos

São números que possuem a particularidade de a somas de seus divisores, excluindo a si mesmo, resultam em seu próprio valor

Exemplos:

- 06
  $D(6) \rightarrow \{1, 2, 3\} \rightarrow 1 + 2 + 3 = 6$
- 28
  $D(28) \rightarrow \{1, 2, 4, 7, 14\} \rightarrow 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Sinais

## Operadores com Sinais

A regra para os operadores de sinais é básica e de simples aprendizagem:

Exemplos:

1. Multiplicação e Divisão permanecem o sinal da operação
2. Adição e subtração, opera com o sinal e conserva-se o sinal do maior algarismo

| 1º | 2º | * ou : |
|---|---|---|
| + | + | + |
| + | - | - |
| - | + | - |
| - | - | + |

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Sinais

## Operadores com Sinais

A regra para os operadores de sinais é básica e de simples aprendizagem:

Exemplos:

1. Multiplicação e Divisão permanecem o sinal da operação
2. Adição e subtração, opera com o sinal e conserva-se o sinal do maior algarismo

| 1º | 2º | * ou : |
|---|---|---|
| + | + | + |
| + | - | - |
| - | + | - |
| - | - | + |

## Operadores com Sinais

A regra para os operadores de sinais é básica e de simples aprendizagem:

Exemplos:

1. Multiplicação e Divisão permanecem o sinal da operação
2. Adição e subtração, opera com o sinal e conserva-se o sinal do maior algarismo

| 1º | 2º | * ou : |
|---|---|---|
| + | + | + |
| + | - | - |
| - | + | - |
| - | - | + |

## Operadores com Sinais

A regra para os operadores de sinais é básica e de simples aprendizagem:

Exemplos:

1. Multiplicação e Divisão permanecem o sinal da operação
2. Adição e subtração, opera com o sinal e conserva-se o sinal do maior algarismo

| 1º | 2º | * ou : |
|---|---|---|
| + | + | + |
| + | - | - |
| - | + | - |
| - | - | + |

## Módulo de um Número Inteiro

- Módulo ou valor absoluto de um número, sempre faz referência à distância deste valor a origem (0) dos números na reta numérica
- Pelo princípio da não existência de uma distância negativa, podemos inferir na não existência de módulo negativo de um número

Exemplos:

$|2| = 2$

$|-2| = 2$

$|-2+1| = 1$

$|-2 \cdot 1| = 2$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Módulo

## Módulo de um Número Inteiro

- Módulo ou valor absoluto de um número, sempre faz referência à distância deste valor a origem (0) dos números na reta numérica
- Pelo princípio da não existência de uma distância negativa, podemos inferir na não existência de módulo negativo de um número

Exemplos:

$|2| = 2$

$|-2| = 2$

$|-2+1| = 1$

$|-2 \cdot 1| = 2$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Módulo

## Módulo de um Número Inteiro

- Módulo ou valor absoluto de um número, sempre faz referência à distância deste valor a origem (0) dos números na reta numérica
- Pelo princípio da não existência de uma distância negativa, podemos inferir na não existência de módulo negativo de um número

Exemplos:

$|2| = 2$

$|-2| = 2$

$|-2+1| = 1$

$|-2 \cdot 1| = 2$

# Números Inteiros $\mathbb{Z}$ Módulo

## Módulo de um Número Inteiro

- Módulo ou valor absoluto de um número, sempre faz referência à distância deste valor a origem (0) dos números na reta numérica
- Pelo princípio da não existência de uma distância negativa, podemos inferir na não existência de módulo negativo de um número

Exemplos:

$|2| = 2$

$|-2| = 2$

$|-2+1| = 1$

$|-2 \cdot 1| = 2$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$

## Definição

- O conjunto dos números Racionais é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração com numerador e denominador inteiros e denominador diferente de zero

$$\mathbb{Q} = \{x | x = \frac{a}{b}, \forall \quad a \quad \in \mathbb{Z} \wedge \quad b \quad \in \mathbb{Z}^*\}$$

As regras para as operações com frações são as seguintes

1. Adição e Subtração de Frações
   - Denominadores iguais, Conserva o denominador e opera com os numeradores

Exemplos:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2+1}{5} \rightarrow \frac{3}{5}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2-1}{5} \rightarrow \frac{1}{5}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Operações

As regras para as operações com frações são as seguintes

1. Adição e Subtração de Frações
   - Denominadores iguais, Conserva o denominador e opera com os numeradores

Exemplos:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2+1}{5} \rightarrow \frac{3}{5}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2-1}{5} \rightarrow \frac{1}{5}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Operações

As regras para as operações com frações são as seguintes

1. Adição e Subtração de Frações
   - Denominadores iguais, Conserva o denominador e opera com os numeradores

Exemplos:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \to \frac{2+1}{5} \to \frac{3}{5}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \to \frac{2-1}{5} \to \frac{1}{5}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Operações

## As regras para as operações com frações são as seguintes

1. Adição e Subtração de Frações
   - Denominadores iguais, Conserva o denominador e opera com os numeradores

Exemplos:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2+1}{5} \rightarrow \frac{3}{5}$

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} \rightarrow \frac{2-1}{5} \rightarrow \frac{1}{5}$

## Exercícios

1. Encontre o resultado das operações:

- $\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{5}$
- $\dfrac{4}{7} + \dfrac{3}{7}$
- $\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{3}$
- $\dfrac{2}{3} - \dfrac{4}{3}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Operações

## As regras para as operações com frações são as seguintes

1. Adição e Subtração de Frações
   - Denominadores diferentes, Encontra-se o mmc entre os denominadores, sendo este valor, o novo denominador. Fazendo-se a divisão do novo denominador pelos antigos, o quociente desta operação é multiplicado pelos numeradores

Exemplos:

$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$ Precisa-se encontrar o mmc entre 3 e 5

$$\begin{array}{c|c} 3,5 & 3 \\ 1,5 & 5 \\ 1,1 & 3\cdot 5 \end{array}$$

O mmc(3,5) é **15**

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\rightarrow\frac{3\cdot 2+5\cdot 1}{15}$$

$$\frac{6+5}{15}\rightarrow\frac{11}{15}$$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Operações

## Exemplo 02

Vamos encontrar o resultado da operação $\frac{3}{8} + \frac{2}{10}$

$\frac{3}{8} + \frac{2}{10}$ Precisa-se encontrar o mmc entre 8 e 10

$$\begin{array}{r||l} 8,10 & 2 \\ 4,5 & 2 \\ 2,5 & 2 \\ 1,5 & 5 \\ 1,1 & \end{array}$$

O mmc(8,10) é $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \rightarrow$ **40**

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{10}$$

$$\frac{\color{red}{5} \cdot 3 + \color{red}{4} \cdot 2}{40}$$

$$\frac{15 + 8}{40}$$

$$\frac{23}{40}$$

## Exercícios

1. Encontre o resultado das operações:

- $\dfrac{2}{5} + \dfrac{3}{8}$
- $\dfrac{4}{7} + \dfrac{3}{5}$
- $\dfrac{1}{3} - \dfrac{2}{5}$
- $\dfrac{2}{3} - \dfrac{4}{6}$

## Multiplicação de Frações

1. Multiplica-se numerador com numerador e denominador com denominador

Exemplos:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$$

$$\frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 3}$$

$$\frac{2}{15}$$

## Exercícios

1. Encontre o resultado das operações:

- $\dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{3}{8}$
- $\dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{3}{5}$
- $\dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{2}{5}$
- $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{4}{6}$

## Divisão de Frações

1. Considerando que a divisão é a operação inversa da multiplicação, recomenda-se de forma prática, multiplicar uma fração pelo inverso da segunda

Exemplos:

$$\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{1}$$

$$\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 1}$$

$$6$$

## Exercícios

1. Encontre o resultado das operações:

- $\dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{3}{8}}$
- $\dfrac{\frac{4}{7}}{\frac{3}{5}}$
- $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}$
- $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{6}}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Valor Racional

## Valor Racional de uma Fração

1. Valor racional é o resultado da divisão do numerador pelo denominador de uma fração
2. Classificam-se em três tipos básicos:
   1. Racional Exato
   2. Decimal Finito
   3. Decimal Infinito

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Valor Racional

## Racional Exato

1. valor da divisão é um número inteiro

Exemplos:

$$\frac{6}{2} \to 2$$

$$\frac{15}{3} \to 5$$

Seu resultado será um número inteiro.

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Valor Racional

## Decimal Finito

1. valor da divisão é um número não inteiro, porém, finito

Exemplos:

$$\frac{6}{4} \rightarrow 1,5$$

$$\frac{5}{4} \rightarrow 1,25$$

Seu resultado será um número composto por uma parte inteira e outra decimal, porém, finita.

## Decimal Infinito

1. valor da divisão é um número não inteiro, e infinito

Exemplos:

$$\frac{4}{3} \to 1,3333\cdots$$
$$\frac{5}{9} \to 0,5555\cdots$$

Seu resultado será um número composto por uma parte inteira e outra decimal, porém, infinita.

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Dízimas

$$\frac{4}{3} \rightarrow 1,3333\cdots \quad ou \quad 1,\overline{3}$$

## Onde

1. A esses valores infinitos, denominamos **Dízimas Periódicas**
2. O valor que se repete indefinidamente, chama-se **período da dízima**
3. A fração que dá origem à dízima, chama-se **geratriz**

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Fração Decimal

## Como Transformar um valor decimal em fração

1. Valor decimal finito

Vamos adotar os seguintes passos:

| | | |
|---|---|---|
| $0,57$ | Encontrando a Fração de Origem | $\frac{a}{b}$ |
| 1º Passo | Coloque o número sem o valor decimal | 57 |
| 2º Passo | nº de decimais determina o multiplo de 10 | $\frac{57}{100}$ |

Assim, o valor $\frac{57}{100}$ é uma fração que representa o valor decimal apresentado

## Como Transformar um valor decimal em fração

1. Dízima Periódica

Vamos adotar os seguintes passos:

- Coloque o período logo após a vígula:
  $0,5\overline{7} \rightarrow 0,5777...$
  $x = 0,5777 \cdots x10 \rightarrow 10x = 5,777 \cdots$ 1ª condição atingida.
- Coloque o período antes da vírgula
  $10x = 5,777 \cdots x10 \rightarrow 100x = 57,777 \cdots$ 2ª condição atingida.
- faça 2ª condição - 1ª condição

$$\begin{array}{rcl} 100x & = & 57,777\cdots \\ -10x & = & 5,777\cdots \\ \hline 90x & = & 52 \end{array}$$

logo $90x = 52 \rightarrow x = \frac{52}{90}$

## Exercícios

1. Encontre as frações que representam os números racionais abaixos:
   - $1,25$
   - $0,47$
   - $12,475$
   - $1,\overline{25}$
   - $0,4\overline{7}$
   - $12,47\overline{58}$

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

## O Homem que Calculava

Ali Iezid Izz-Edim ibn Salim Hank **Malba Tahan**
Prof. Julio Cesar de Mello e Souza

*Onde é narrada a singular aventura dos 35 camelos que deviam ser repartidos por três árabes. Beremiz Samir efetua uma divisão que parecia impossível, contentando plenamente os três querelantes. O lucro inesperado que obtivemos com a transação*

Capítulo III, p. 11 e 12

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

Poucas horas havia que viajávamos sem interrupção, quando nos ocorreu uma aventura digna de registro, na qual meu companheiro Beremiz, com grande talento, pôs em prática as suas habilidades de exímio algebrista.
Encontramos perto de um antigo caravançará meio abandonado, três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.
Por entre pragas e impropérios gritavam possessos, furiosos:
- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.
- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como herança esses 35 camelos. Segundo a vontade expressa de meu pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed Namir uma terça parte, e, ao Harim, o mais moço, deve tocar apenas a nona parte. Não sabemos, porém, como dividir dessa forma 35 camelos, e, a cada partilha proposta segue-se a recusa dos outros dois, pois a metade de 35 é 17 e meio. Como fazer a partilha se a terça e a nona parte de 35 também não são exatas?

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

- É muito simples – atalhou o Homem que Calculava. – Encarrego -me de fazer com justiça essa divisão, se permitirem que eu junte aos 35 camelos da herança este belo animal que em boa hora aqui nos trouxe!
Neste ponto, procurei intervir na questão:
- Não posso consentir em semelhante loucura! Como poderíamos concluir a viajem se ficássemos sem o camelo?
- Não te preocupes com o resultado, ó Bagdali! – replicou-me em voz baixa Beremiz – Sei muito bem o que estou fazendo. Cede-me o teu camelo e verás no fim a que conclusão quero chegar.

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

Tal foi o tom de segurança com que ele falou, que não tive dúvida em entregar-lhe o meu belo jamal, que imediatamente foi reunido aos 35 ali presentes, para serem repartidos pelos três herdeiros.
- Vou, meus amigos – disse ele, dirigindo-se aos três irmãos -, fazer a divisão justa e exata dos camelos que são agora, como vêem em número de 36.
E, voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:
- Deverias receber meu amigo, a metade de 35, isto é, 17 e meio. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:
- E tu, Hamed Namir, deverias receber um terço de 35, isto é 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, isto é 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.
E disse por fim ao mais moço:
E tu jovem Harim Namir, segundo a vontade de teu pai, deverias receber uma nona parte de 35, isto é 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, isto é, 4.
O teu lucro foi igualmente notável. Só tens a agradecer-me pelo resultado!

# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

E concluiu com a maior segurança e serenidade:
- Pela vantajosa divisão feita entre os irmãos Namir – partilha em que todos três saíram lucrando – couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo e 4 ao terceiro, o que dá um resultado $(18+12+4)$ de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobram, portanto, dois.
Um pertence como sabem ao bagdáli, meu amigo e companheiro, outro toca por direito a mim, por ter resolvido a contento de todos o complicado problema da herança!

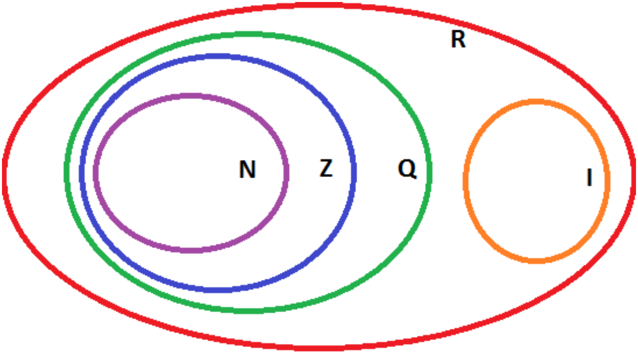
# Números Racionais $\mathbb{Q}$ Texto

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos três irmãos. – Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!
E o astucioso Beremiz – o Homem que Calculava – tomou logo posse de um dos mais belos “jamales” do grupo e disse-me, entregando-me pela rédea o animal que me pertencia:
- Poderás agora, meu amigo, continuar a viajem no teu camelo manso e seguro! Tenho outro, especialmente para mim!
E continuamos nossa jornada para Bagdá.

# Números Reais $\mathbb{R}$

## Definição

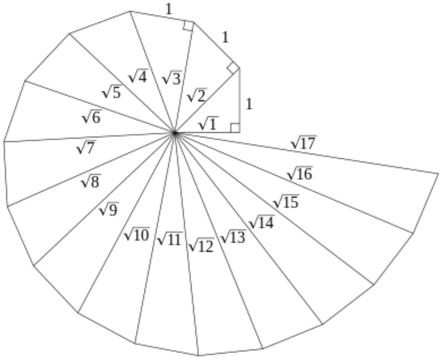
Os números Reais, surgiram basicamente da junção de dois grandes conjuntos numéricos, os Racionais e os Irracionais.



# Números Irracionais $\mathbb{I}$

## Definição

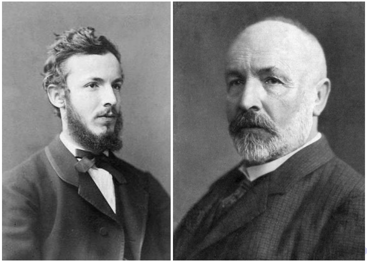
Números Irracionais, foram descobertos pelos pitagóricos, quando tentavam encontrar a diagonal de um quadrado de lado unitário



# Números Irracionais I

## Curiosidades

Houve na época todo um constrangimento com o surgimento desses números, Pitágoras proibiu sua divulgação, porém um de seus discípulos, "Hipaso" quebrou o voto de silêncio e foi duramente punido
George Cantor no final do século XIX fundamentou-os adequadamente



# Números Irracionais $\mathbb{I}$

## Definição

- Basicamente, é considerado irracional todo número que é infinito e não periódico
- Destacamos as raízes numéricas, que representam a diagonal de figuras geométricas
- O Razão da circunferência pelo seu diâmetro (pi) $\pi$
- A razão áurea (fi) $\phi$

# Número Irracional $\pi$

## Definição

O número pi surgiu com a razão do comprimento de uma circunferência pelo seu diâmetro, em toda operação que seja necessária o envolvimento de corpos redondos, o uso de seu valor é imprescindível.

$$\pi = \frac{C}{d} \rightarrow 3,1415926535\cdots$$

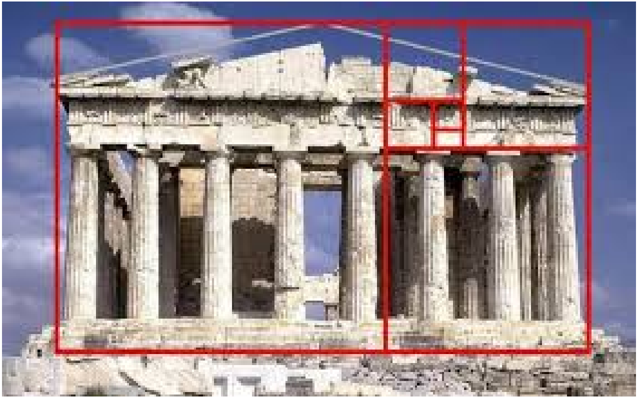
# Número Irracional $\Phi$

## Definição

- Este número Irracional, admirado pelos gregos, também era chamado de número de ouro, razão de ouro ou razão áurea.
- Ele sempre encantou os gregos, devido seu valor representar para eles harmonia, equilíbrio e beleza.
- Assim o Retângulo áureo entrou em nossas vidas e até hoje adotamos a forma retangular para quase tudo

## Construções

Construções Gregas baseadas no Retângulo de Ouro



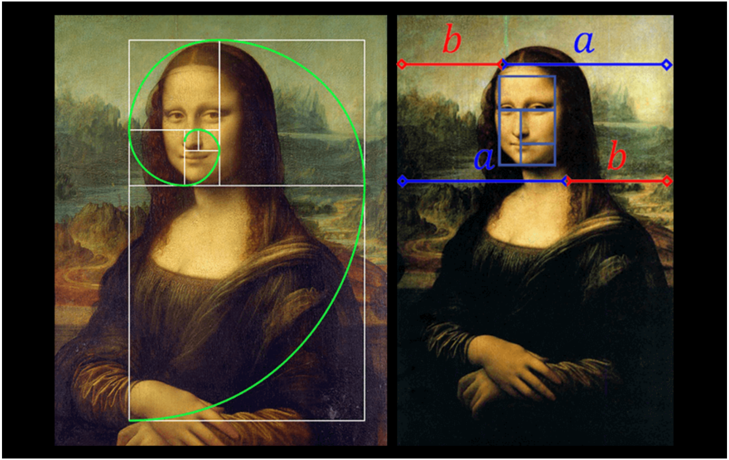
# Número Irracional $\Phi$

## Curiosidades

- No século XIII um grande matemático italiano, Leonardo Fibonacci, constatou que o número de ouro estava presente na natureza, como um DNA da criação
- Com o Renascimento passou a ser utilizado nos conceitos estéticos da arte, tendo em Leonardo da Vinci, um de seus mais fervorosos admiradores
- Leonardo da Vinci, fez grandes obras, dentre elas destaca-se a Mona Lisa, pintura esta concebida dentro da razão áurea

# Número Irracional Φ

## Monalisa na espiral áurea



# Número Irracional $\Phi$

## Leonardo Fibonacci

Fibonacci criou uma sequência que representava a reprodução de coelhos, esta sequência que leva seu nome, tem uma peculiar característica de conter na razão de seus temos, a aproximação infinita do número de ouro

Sequência de Fibonacci

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 \cdots$

# Número Irracional $\Phi$

## Vídeo

Nature by Numbers

# Potenciação

## Definição

- Dados um número real positivo $a$ e um número natural $n, n \geq 2$, chama-se potência de base $a$ e expoente $n$ o número $a^n$, que é igual ao produto de $n$ fatores iguais de $a$:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \quad \text{vezes}}$$

# Potenciação

1º Propriedade do produto

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2º Propriedade da razão

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

3º Propriedade da Potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

# Potenciação

1º Propriedade do produto

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2º Propriedade da razão

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

3º Propriedade da Potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

# Potenciação

1º Propriedade do produto

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

2º Propriedade da razão

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

3º Propriedade da Potência

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

# Potenciação

4º Produto de bases diferentes com a mesma potência

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

5º Razão de bases diferentes com a mesma potência

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

# Potenciação

4º Produto de bases diferentes com a mesma potência

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$$

5º Razão de bases diferentes com a mesma potência

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

## 6º Potência com expoente Inteiro

Adotaremos os seguintes passos:

$$a^{-n} \cdot a^{n} \rightarrow a^{-n+n} \rightarrow a^{0} \rightarrow 1$$

$$a^{-n} \cdot a^{n} = 1 \rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$$

## 6º Potência com expoente Inteiro

Adotaremos os seguintes passos:

$$a^{-n} \cdot a^{n} \rightarrow a^{-n+n} \rightarrow a^{0} \rightarrow 1$$

$$a^{-n} \cdot a^{n} = 1 \rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$$

# Potenciação

## 7º Potência com expoente Racional

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

- com $a$ real e $n \geq 2$

# Potenciação

## 7º Potência com expoente Racional

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

- com $a$ real e $n \geq 2$

# Exercícios

01) Calcule as potências abaixo:

- $3^4$
- $0^5$
- $7^3$
- $(-2)^3$
- $5^0$
- $6^{-2}$
- $(-2)^6$
- $3^4 \cdot 3^{-5}$
- $0^5 \cdot 5^0$
- $\frac{7^3}{7^4}$
- $(-2^3)^2$
- $5^0 \cdot 5^{-2}$
- $\left(6^{-2}\right)^{-2}$
- $\frac{(-4)^6}{(-2)^6}$
- $9^{\frac{1}{2}}$

# Exercícios

03) Escreva como potência de base 3:

- $2187$
- $\frac{1}{9}$
- $1$
- $\sqrt[5]{81}$
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- $27^5$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \to 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \to 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \to 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \to 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \to 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2{,}54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \to 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \to 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \to 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \to 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \to 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2{,}54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2{,}54 \cdot 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $1 = 10^0 \rightarrow 2 = 2 \cdot 10^0$
- $10 = 10^1 \rightarrow 20 = 2 \cdot 10^1$
- $100 = 10^2 \rightarrow 200 = 2 \cdot 10^2$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 20000 = 2 \cdot 10^4$
- $10000 = 10^4 \rightarrow 25400 = 2,54 \cdot 10^4$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{148}{10^6} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow$ $0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow$ $0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1,48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1,48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1,48}{10^4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1,48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow$ $0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1,48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1{,}48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1{,}48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

# Potenciação

## 8º Notação Científica

Observe a sequência

- $0,1 = \frac{1}{10^1}$ Pela propriedade 6 $\rightarrow 0,1 = 1 \cdot 10^{-1}$
- $0,01 = \frac{1}{10^2} \rightarrow 1 \cdot 10^{-2}$
- $0,0005 = \frac{5}{10^4} \rightarrow 5 \cdot 10^{-4}$
- $0,000148 = \frac{1{,}48}{10^4} \rightarrow 1,48 \cdot 10^{-4}$

## Exercícios

04) Escreva em notação científica os seguintes números:

- $500$
- $0,0006$
- $0,00000025$
- $0,02$
- $0,034$
- $0,08$
- $20,39$
- $0,000008$
- $48\,000$
- $7\,000\,000\,000$
- $923,1$
- $4\,400$

05) Dê o valor de cada número escrito em notação científica:

a) $8 \cdot 10^4$ b) $5 \cdot 10^{-2}$ c) $3,52 \cdot 10^5$ d) $1,6 \cdot 10^{-3}$